Área: **Matemática**
Nivel: **Polimodal**
Contenido: **Número**

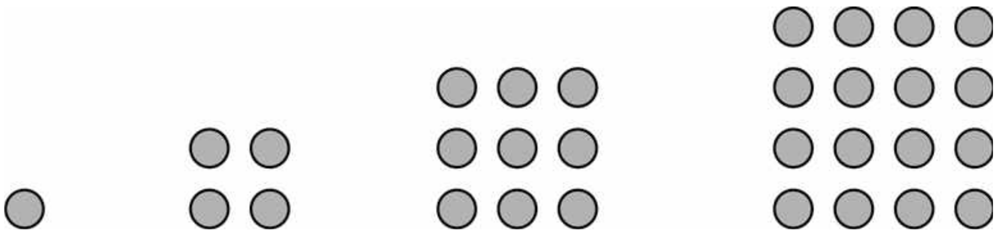
Sucesiones

Números poligonales

ACTIVIDAD 1

Pitágoras fue discípulo de Thales en Grecia, donde fundó una hermandad de tipo religioso, científico y filosófico, que se conoció a través del tiempo como “los pitagóricos”. Ellos solían representar los números mediante piedritas, clasificándolos según las formas que pudieran darles a las distribuciones de las piedras.

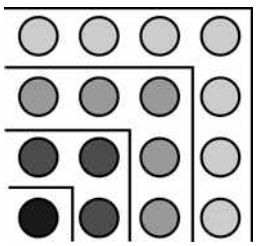
A continuación, están representados los primeros “números cuadrados”, llamados así porque la cantidad de piedras que los integran se pueden disponer formando un cuadrado.



$c_1 = 1$ $c_2 = 4$ $c_3 = 9$ $c_4 = 16$

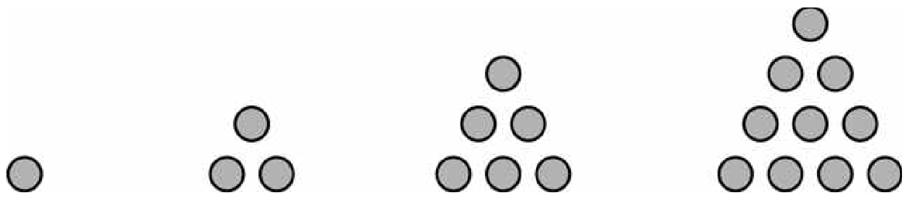
a. ¿Cuál es el quinto número cuadrado? ¿Y el vigésimo?

b. En el siguiente gráfico se intenta mostrar cómo se obtiene cada número cuadrado a partir del anterior. Busquen algún patrón en la cantidad de piedras que hay que agregar cada vez.



c. Para cualquier número natural n, ¿cuánto vale $1+3 + 5 + ...+ (2n – 1)$?

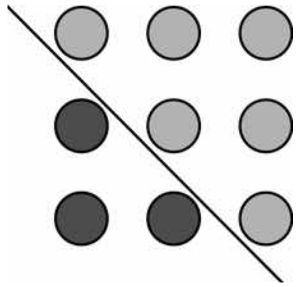
d. Aquí les representamos los cuatro primeros “números triangulares”, llamados así porque con la cantidad de piedras que los integran se pueden formar triángulos equiláteros:



$t_1 = 1$ $t_2 = 3$ $t_3 = 6$ $t_4 = 10$

¿Cuál es el siguiente?

e. Busquen algún patrón en la cantidad de piedras que hay que agregar cada vez. ¿Cuál será el octavo número triangular? **f.** Con estas distribuciones geométricas de los números pueden aparecer como más evidentes algunas propiedades de los números.



Observen la recta que aparece en el tercer número cuadrado y vean que se puede pensar como la suma de dos números triangulares consecutivos: $c_3 = t_2 + t_3$. Prueben con otros y expresen algebraicamente la siguiente propiedad: "Si se suma el enésimo número triangular más el siguiente, se obtiene el (n+1)ésimo número cuadrado".

g. La sucesión 1, 2, 3, 4, etc. es una sucesión aritmética. A partir de la expresión anterior, pueden hallar la suma de los primeros n términos.

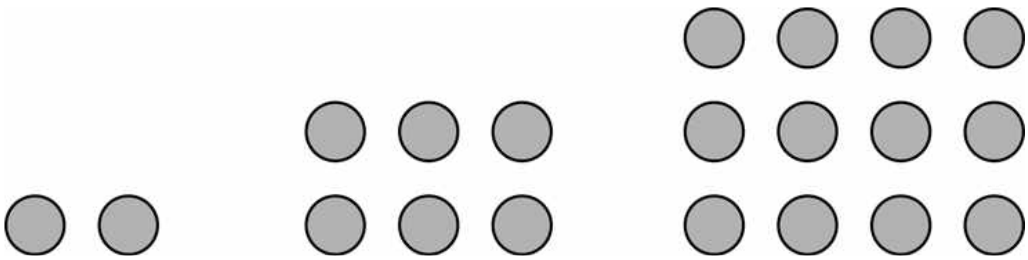
Para reflexionar

- En las sucesiones anteriores, en algunos casos podían obtener un valor de forma recurrente, si conocían el anterior. Expliquen cómo lo calculaban en cada caso.
- Buscando regularidades en las figuras, trataron de llegar a una fórmula que permitiera conocer cualquier término sin tener que hallar todos los anteriores. Expliquen en cada caso cómo lo pensaron.

ACTIVIDAD 2

Los números rectangulares son los que tienen una cantidad tal de piedras que permiten formar un rectángulo cuya base es una unidad mayor que la altura.

Por ejemplo:



$r_1 = 2$ $r_2 = 6$ $r_3 = 12$

a. Dibujen los dos números siguientes. ¿Cuáles son?

b. Busquen un patrón que relacione cada número rectangular con el anterior.

c. A partir del segundo número rectangular, pueden descomponerse en un número cuadrado y "algo" más; o en dos números triangulares iguales (trazando una recta en diagonal). Analicen alguna de estas descomposiciones para varios números rectangulares, buscando un patrón, y expresen algebraicamente cómo se puede obtener el n-ésimo número rectangular.

Para investigar

Una vieja leyenda sobre el origen del ajedrez cuenta que un inventor se lo obsequió al rey Sirham de la India. El rey quería darle una recompensa. Entonces el inventor, que no quería cobrarle, le dijo que le diera la cantidad de trigo que resultara de tomar 1 grano por el primer casillero del tablero de ajedrez, 2 por el segundo, 4 por el tercero, 8 por el cuarto y así, cada vez, el doble, hasta terminar. Al rey le pareció que era muy poco y ordenó a sus sabios que calcularan el total y que se lo entregaran inmediatamente. Pero se llevó una sorpresa. Investiguen por qué.

• ¿Qué tipo de sucesión es: 1, 2, 4, 8, ...? Enuncien todas las propiedades que conozcan de este tipo de sucesiones.